تسعير وثائق التأمين المركبة بالتطبيق على تأمينات الممتلكات فى سوق التأمين المصري

دكتور اشرف سيد عبد الظاهر

الاستاذ المساعد بكلية التجارة – جامعة بنى سويف

والاستاذ المشارك بكلية ادارة الاعمال – جامعة الطائف

مقدمة :

تعتبر عملية التسعير فى مجال التأمينات العامة من اهم العمليات الفنية لتحديد قسط الخطر او ما يسمى بالقسط الصافي اللازم لتغطية الخسارة المتوقعة ،وحتى يكون سعر التأمين عادلا وكافيا فان عملية التسعير يجب أن تكون وفقا لخبرة المؤمن ويشمل ذلك معدلات تكرار الحوادث وشدتها ،وقد تبين للباحث (طبقاً لتقارير الاتحاد المصري للتأمين) عدم التزام شركات التأمين بالتعريفة المحددة للتسعير الواردة من الخارج (بالنسبة للوثائق المركبة) بحجة أنها لا تمثل خبرة السوق المصري ، مما أثر سلباً على شركات التأمين حيث يدخل في تحديد السعر عامل مؤثر هو المنافسة الشديدة والضارة بين الشركات للحصول على الأخطار دون التركيز على العوامل الفنية الأساسية لكل ما يتعلق بالخطر وظروفه ، ومع اشتداد المنافسة بين شركات التامين للحصول على الاخطار دون التركيز على العوامل الفنية الاساسية لكل خطر وظروفه فان ذلك اثر على تسعير مثل هذه الوثائق ،وعلى الجانب الاخر فان عدم قدرة مكتتبي التامين على التسعير السليم للأخطار التي يتم قبولها يعتبر عائق امام عملية التسعير العادل مما يترتب عليه ان تكون الاقساط اقل من اللازم بما يضر بشركات التامين ويجعلها غير قادرة على الوفاء بالتزاماتها عند تحققها اوقد تكون الاقساط مغالى فيها مما يؤدى الي عزوف المستأمنين عن شراء التأمين، وقد ادي اغفال الاسس الرياضية والإحصائية لتحديد السعر المناسب الى التذبذب الشديد في معدلات الخسارة ، وهذا البحث بصدد تسعير الاخطار التي تتعرض لها شركة تعمل فى مجال الصناعات الغذائية وتؤمن لدى شركة الدلتا للتامين ،وقد يكون من المناسب تسعير هذه الاخطار وفقا لخبرة هذه الشركة لتحديد سعر عادل وكافى اعتمادا على الطرق الاكتوارية ، حيث تتعدد الطرق والمستخدمة فى تسعير الوثائق المركبة فهناك نظرية المصداقية والتي يلعب التحليل البيزى من خلالها دورا هاما فى تحديد قسط الخطر ،وكذلك اسلوب التوزيعات الاحتمالية والذى سوف يستخدمه الباحث لتحديد القسط الصافى وكذلك القسط التجاري لهذه الوثائق من خلال تطوير نماذج تشتمل علي التوزيع الاحتمالي لعدد وقيم المطالبات لخطرين معا وذلك عن طريق تحديد التوزيع الاحتمالي الملائم لعدد وحجم الخسارة وكذلك التوزيعات الهامشية الناتجة من دمج دالة الكثافة الاحتمالية للخطرين معا سواء لعدد الحوادث وحجم الخسارة ثم تحديد التوزيع الاحتمالي المركب الناتج من

دمج توزيعين معا احدهما لعدد الحوادث والآخر لحجم الخسارة واستخدام هذا الاخير فى عملية التسعير.

مشكلة البحث :

يعتبر التسعير العادل للخدمة التأمينية مطلبا اساسيا لازدهار صناعة التامين خاصة بالنسبة للوثائق المركبة التي تغطى الاخطار التي تتعرض لها المنشآت الكبيرة ، وتكمن المشكلة الأساسية في سوق التأمين المصري عند تقدير سعر وثائق التأمين المركبة في عدم ملائمة اسعار الوثيقة المركبة مع خبرة السوق المصري نظرا لاعتماد عملية التسعير على شرائح مطبقة بالخارج والتى قد لا تتفق مع ظروف السوق المحلي وعلى التقديرات الشخصية في تعديلها آخذين في الاعتبار المنافسة الشديدة بين شركات التأمين ، وقد أدى كل ذلك إلى إغفال الأسس الرياضية والإحصائية لتحديد السعر المناسب كما هو متبع في الأسواق العالمية مما نتج عنه صعوبة في تقدير الخسائر المتوقعة الناتجة من تحقق الأخطار المؤمن ضدها .

ويوضح الجدول التالي بيان بعدد الحوادث وحجم الخسارة واقساط ومبالغ التامين ومعدل الخسارة لفرع الحريق للشركة محل الدراسة والتي تعمل في مجال الصناعات الغذائية تؤمن لدى شركة الدلتا للتأمين(جدول رقم ١)

السنة	عدد الحوادث	حجم الخسارة	الاقساط	مبالغ التامين	معدل % الخسارة
2008	25	352430	1113215	1113125111	٣١.٦
2009	30	365610	1115610	1155213141	٣٢.٧
2010	28	452600	1120305	1120303313	٤٠.٤
2011	35	463500	1220503	1220421115	38
2012	23	451800	1370260	1370251211	33
2013	37	470276	2209382	2118362131	21
2014	22	362969	2587953	2284541030	14
2015	41	968112	2946560	2346362131	٣٢.٨
2016	19	383174	1517745	1517721324	25
2017	17	372503	1830611	1830522357	20
الاجمالي				١٦٠٧٦٨٠٦٧٥٤	

المصدر : سجلات شركة الدلتا للتأمين وسجلات الشركة محل الدراسة

بيان يوضح عدد الحوادث وحجم الخسارة واقساط ومبالغ التامين ومعدل الخسارة لفرع السيارات للشركة محل الدراسة (جدول رقم ٢)

السنة	عدد الحوادث	حجم الخسارة	الاقساط	مبالغ التامين	معدل الخسارة %
2008	18	263105	394302	394201325	66.7
2009	23	276402	395601	395403000	69.8
2010	26	296503	421302	421212113	70
2011	34	288301	420506	420203214	68
2012	32	295211	423570	423370245	69.6
2013	35	396201	565695	565595319	70
2014	25	386795	721446	721436518	53.6
2015	19	345260	765221	765231542	45
2016	22	345 355	812582	412 573591	43.7
2017	27	391410	513241	513231546	76
الاجمالي				٥١٩٣٤٧٥٢٣١	

المصدر : سجلات شركة الدلتا للتأمين وسجلات الشركة محل الدراسة

ويتضح من الجدولين السابقين ان هناك فجوة بين الاقساط التي تحصلها شركة التامين والتعويضات المدفوعة حيث يتراوح معدل الخسارة بين ١٤%،٤٠% بالنسبة لفرع الحريق كما يتراوح معدل الخسارة لفرع السيارات بين ٤٣،%٧٦,٦%

وحيث ان الوثائق المركبة تعتمد في تسعيرها على خبرة الاسواق الخارجية رغم تفاوت درجة الخطورة في السوق المحلية عن السوق الاجنبية فانه يمكن القول ان السعر المطبق غير ملائم ولا يتفق وظروف وخبرة السوق المصري وبالتالي هناك حاجة الي اسلوب علمي لتسعير هذه الوثائق بما يتفق وخبرة وظروف السوق المحلى وليس اعتمادا على الخبرة الاجنبية او الخبرة الشخصية والاجتهاد من قبل المكتتب وذلك لتحقيق العدالة بين طرفي التعاقد ومن ثم تبرز مشكلة البحث وهي الإجابة علي السؤال التالي: كيف يتم تسعير وثائق التأمين المركبة لعدة أخطار في السوق المصرية وفقاً لأساليب علمية رياضية إحصائية.

هدف البحث :

يهدف البحث الى التوصل الي نموذج كمي باستخدام التوزيعات الاحتمالية لتقدير سعر عادل لوثيقة التامين المركبة وبطريقة تتناسب مع درجة الخطورة وبما لا يخل بأسعار التغطيات الأخرى مع محاولة تطبيق النموذج على الاخطار التي تتعرض لها احدي شركات الصناعات الغذائية التي تعمل في مصر وتغطى الاخطار التي تتعرض لها لدى شركة الدلتا للتأمين .

اهمية البحث :

١- انخفاض تكلفة الوثائق المركبة بالنسبة للمؤمن له مقارنة بشراء وثائق التأمين الفردية لانخفاض العمولات الادارية ومصاريف الانتاج .

٢- حاجة السوق المصري الي تعريفة سعريه تعكس الخبرة المحلية لتجنب المنافسة الضارة بين شركات التامين وتحقيق اسعار عادلة لكلا الطرفين .

٣- ان التسعير الدقيق يؤدى الي الدقة في تحديد حدود احتفاظ السوق المحلي ويدعم انتشار هذه التغطيات التي تلائم عدد كبير من المستأمنين

حدود البحث :

تطبق هذه الدراسة على احدى شركات الصناعات الغذائية العاملة في مصر لتسعير الاخطار التي تتعرض لها وهي خطر الحريق والسيارات فى الفترة من (٢٠٠٨- ٢٠١٧) والتي تغطى اخطارها لدى شركة الدلتا للتأمين اعتمادا على البيانات المتوفرة عن الشركة وكذلك سجلات التعويضات بشركة الدلتا للتأمين .

منهج البحث :

١- اسلوب الدراسة المكتبية والذي يتمثل في الاطلاع علي البحوث والدراسات المنشورة باللغة العربية والاجنبية المرتبطة بموضوع البحث بغرض بناء اطار فكرى لموضوع البحث .

٢- اسلوب الدراسة التطبيقية : حيث يتم ترجمة الاطار الفكري في شكل نموذج كمي يمكن استخدامه في تقدير سعر عادل لوثيقة التامين المركبة او متعددة الاخطار .

خطة البحث:

المبحث الاول : الاطار النظري للدراسة .

المبحث الثاني : النموذج الكمي المقترح لتسعير اخطار الوثيقة المركبة

المبحث الثالث : النتائج والتوصيات ومراجع البحث .

المبحث الاول

الاطار النظري للدراسة

تستند نظرية الخطر والتأمين إلى مفهوم أساسي متفق عليه بين الباحثين في هذا المجال وهو أن تحقق الخطر، وما قد يترتب عليه من خسائر مالية ، إنما يخضع لتوزيع احتمالي معين ، وبمعنى آخر أنه في حالة تحقق الخطر فإنه يصحبه توزيع احتمالي معين للخسائر الناجمة عن هذا الخطر ، كما أن هذا التوزيع الاحتمالي للخسارة من النوع المستمر ، ويمكن الاستفادة من بيانات الماضي في وضع نموذج رياضي لتوزيع الخسائر بحيث يكون أكثر شمولا وعلى درجة عالية من المرونة ، ويشمل ضمن مكوناته الأساسية كافة عناصر الخطر (١٩٨٠ , Hilory L.seal).

وتعد التوزيعات الاحتمالية ذات المتغير الواحد ، والتي تستخدم في معالجة ظاهرة واحدة ، أو تلك التي تقوم على متغيرين عشوائيين أو أكثر من الأدوات الإحصائية المهمة في عملية تسعير الأخطار، فضلاً عن أنها من أفضل الوسائل لقياس الخطر، وذلك باعتبارها وسيلة ضرورية ومهمة يمكن على ضوئها تقدير القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي وكذلك تباينه، وهما عاملان أساسيان في تقدير الخسارة المتوقعة ، ومن ثم يمكن استخدامها في التنبؤ بعدد الخسائر المتوقعة والحجم المتوقع للخسارة خلال فترة محددة، ولأن الخسارة الكلية تعتمد على عدد الحوادث المتوقع حدوثها، وكذلك الحجم المتوقع للخسارة، فإن الأسلوب الإحصائي لتقدير الخسارة الإجمالية المتوقعة يقتضى تحديد أكثر التوزيعات الاحتمالية مناسبة لظاهرة تكرار الحوادث حجم الخسارة الناتجة عنها باعتبارهما متغيرين عشوائيين (محمود سالم ،١٩٨٤)

يعد استخدام هذه التوزيعات لقياس الخسارة الناتجة من تحقق خطر واحد خلال فترة زمنية معينة أسلوباً قديماً يتناسب مع الوثائق الفردية التقليدية التي تقدم تغطية تأمينية لخطر واحد ، ومع ظهور الوثائق المركبة التي تقدم تغطية تأمينية لمجموعة من الأخطار فآن هذا يقتضي التوصل إلى صيغ جديدة للتوزيعات الاحتمالية لقياس الخسارة الإجمالية المتوقعة من مجموعة

هذه الأخطار خلال الفترة القادمة ، وترجع أهمية التوزيعات الاحتمالية سواء المتقطعة أو المتصلة في مجال التأمين وبخاصة التأمينات العامة للأسباب الآتية :(Hossack,I.B,1990)

١- أن التوزيعات الاحتمالية النظرية تكون ملائمة لمعرفة خصائص عديدة كنظرية النهاية المركزية ، كما يمكن من خلالها تحديد معالم التوزيع ، وتشتمل بعض التوزيعات على معلمة واحدة كتوزيع بواسون ، وتوجد توزيعات أخرى تحتوى على معلمتين كتوزيع جاما ، وتوزيع باريتو ، وتوزيع ذي الحدين السالب ، والتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

٢- هذه التوزيعات تعطينا استدلالاً واستنتاجاً عن سلوك محفظة التأمين وذلك تمهيدا لحساب التوقع والتباين لقيم المطالبات الإجمالية.

ومن المعروف أن التوزيعات الاحتمالية النظرية تخضع لتمثيل البيانات الفعلية سواء كانت عدد الحوادث الذي تمثله التوزيعات الاحتمالية المتقطعة أو حجم التعويضات الذي تمثله التوزيعات الاحتمالية المتصلة (عفاف الدش ،٢٠٠٦).

وفي هذا البحث يحاول الباحث الوصول إلي السعر العادل لوثيقة تأمين الأخطار المركبة (متعددة الأخطار) باستخدام التوزيعات الاحتمالية من خلال عملية دمج للتوزيعات المنفصلة والمتصلة الممثلة للخسائر المختلفة من حيث تكرارها وحجمها ، وإيجاد التوزيعات الحدية الثنائية ، ثم استخدامها لإيجاد التوزيعات المركبة الثنائية لخطري الحريق والسيارات ، وذلك بعد اختبار جودة المطابقة للبيانات الفعلية ، وإيجاد التوزيعات المتقطعة والمتصلة النظرية المناسبة لتحديد الخسائر الإجمالية السنوية المركبة ، تمهيداً لاستخدامها في تحديد القسط الصافي للوثيقة المركبة (ذات التغطيات المتعددة)

والجدير بالذكر أن استخدام لفظ التوزيع المركب يطلق على كل العمليات التي يتم فيها الربط بين توزيعين أو أكثر سواء كان هذين التوزيعين من نفس العائلة مثلاً توزيع منفصل مع منفصل (التوزيع البواسونى ، توزيع ثنائي الحدين السالب) ، أو قد يتم الربط بين توزيعين احدهما متصل وآخر متصل (توزيع جاما ، التوزيع الأسى السالب، توزيع باريتو ، اللوغاريتمي الطبيعي توزيع وايبل ، ....) وسيتم الدمج بين التوزيعات الثنائية المتقطعة وكذلك التوزيعات المتصلة للحصول علي التوزيع المركب الذي يمثل ناتج عملية الدمج باستخدام منحنيات بيرسون ، والحصول علي معالم هذا التوزيع المركب واستخدامها في تقدير السعر المناسب ،وسيتم تطبيق النموذج المقترح بعد اختبار صلاحيته على بيانات الشركة محل الدراسة ، وتجدر الإشارة إلى

أن عملية دمج التوزيعات الاحتمالية مع بعضها لإصدار وثيقة واحدة بقسط تجاري واحد محمل بعناصر تكلفة غير مباشرة مرة واحدة يعتبرا تطوراً مهماً في العملية التأمينية ، ويمكن الاستفادة من بيانات الماضي في وضع نموذج رياضي لتوزيع الخسائر بحيث يكون أكثر شمولا وعلى درجة عالية من المرونة ، ويشمل ضمن مكوناته الأساسية كافة عناصر الخطر .

ولتحديد التوزيع النظري الملائم للتوزيع الفعلي لبيانات الخسائر يجب تقدير معالم التوزيع واختبار مدى مطابقتها مع التكرارات الفعلية ويتم ذلك من خلال استخدام برنامج statgraphics وحساب قيمة p–value واختيار القيمة ذات الاحتمال المشاهد الاكبر للتوزيع النظري في حالة ما اذا كانت البيانات الفعلية تخضع لأكثر من توزيع نظري ونفاضل بين هذه التوزيعات لاختيار الملائم منها ، وبإدخال البيانات الفعلية للشركة محل الدراسة للبرنامج وباستخدام الاختبارات اللامعلميه مثل اختبار كلومجروف – سيمرنوف يتم التوصل الي اقتراب التوزيع الاحتمالي النظري من التوزيع الفعلي من خلال قيمة p– value ، ولدمج توزيعين منفصلين أو متصلين معا وذلك لاستنتاج التوزيعات الاحتمالية المشتركة يتم ذلك باستخدام أسلوب التحويلات حيث أن هناك صعوبة في استنتاجها من الدوال المولدة للعزوم ، ولابد ان يكون عدد التحويلات هنا مساويا لعدد المتغيرات التي يضمنها التوزيع المشترك (امير هرمز،١٩٩٩) وسوف يتم دمج التوزيعات المتقطعة وكذلك المتصلة لخطري الحريق والسيارات بعد ان يتم اختبار جودة المطابقة للبيانات الفعلية باستخدام برنامج stat graphics

اختبار جودة المطابقة لعدد وحجم الخسائر لخطر الحريق :-

بإجراء اختبارات جودة المطابقة لعدد وحجم الخسائر لخطر الحريق من خلال برنامج ststgraphics للشركة محل الدراسة والموضحة في الجدول التالي(جدول رقم ٣)

السنة	عدد الحوادث	حجم الخسائر
2008	25	352430
2009	30	365610
2010	28	452600
2011	35	463500
2012	23	451800
2013	37	470276
2014	22	362969
2015	41	2946560

2016	19	1517745
2017	17	1830611

المصدر : سجلات الشركة محل الدراسة

وباستخدام الفروض الاحصائية لعدد الحوادث لخطر الحريق :

الفرض العدمي : البيانات تتوزع حسب توزيع بواسون

الفرض البديل : البيانات لا تتوزع حسب توزيع بواسون

اسفرت الاختبارات عن ان قيمة الاحتمال المشاهد 0.824=p- value ، وهى اكبر من ٥ % مما يعنى قبول فرض العدم وهى ان بيانات عدد الحوادث لخطر الحريق يتبع توزيع بواسون.

اختبار جودة المطابقة لحجم الخسائر لخطر الحريق :

الفرض العدمى : البيانات تتبع توزيع اللوغاريتمي الطبيعي

الفرض البديل : البيانات لا تتبع توزيع اللوغاريتمي الطبيعي

وبإدخال البيانات لبرنامج statgraphic تبين ان الاحتمال المشاهد 0.261= p- value ، وهى اكبر من ٥ %مما يعنى قبول فرض العدم وهى ان بيانات حجم الخسائر لخطر الحريق يتبع توزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

اختبارات جودة المطابقة لعدد وحجم الخسائر لخطر السيارات

يوضح الجدول التالي عدد وحجم الخسارة لخطر السيارات للشركة محل الدراسة (جدول رقم ٤)

السنة	عدد الحوادث	حجم الخسائر
2008	18	352430
2009	23	365610
2010	26	452600
2011	34	463500
2012	32	451800
2013	35	470276
2014	25	362969
2015	19	345260
2016	22	345 355
2017	27	391410

المصدر : سجلات الشركة محل الدراسة

باستخدام الفروض الاحصائية لعدد الحوادث لخطر السيارات :

الفرض العدمي : البيانات تتوزع حسب توزيع ذي الحدين السالب .

الفرض البديل : البيانات لا تتوزع حسب توزيع ذي الحدين السالب.

وقد جاءت نتيجة الاختبارات أن قيمة الاحتمال المشاهد p– value تساوى 0.488 وهى اكبر من ٥ % مما يعنى قبول فرض العدم وهى ان بيانات عدد الحوادث لخطر السيارات تتبع توزيع ذي الحدين السالب.

اختبارات جودة المطابقة لحجم الخسائر لخطر السيارات :

الفرض العدمي : البيانات تتبع توزيع جاما .

الفرض البديل : البيانات لا تتبع توزيع جاما.

وبإدخال البيانات لبرنامج statgraphic تبين ان الاحتمال المشاهد ٠.٦٢ اكبر من ٥ %مما يعنى قبول فرض العدم وهى ان بيانات حجم الخسائر لخطر السيارات يتبع توزيع جاما .

ايجاد التوزيعات الاحتمالية الثنائية الحدية (دمج متغيرين معا)

أولا : استنتاج التوزيعات الاحتمالية الثنائية الحدية للمتغيرات المتقطعة باستخدام اسلوب التحويلات :

تبين ان عدد الخسائر لخطر الحريق يتبع توزيع بواسون اما عدد خسائر خطر السيارات فيتبع توزيع ذي الحدين السالب ويمكن بيان عملية دمج توزيعين احتماليين معا وذلك بهدف الحصول على العزوم المركزية للمتغيرين معا سواء كانت متغيرات متقطعة أو مستمرة كما يلي :

بفرض أن x تتبع توزيع بواسون بالمعلمة λ وأن y تتبع توزيع ذي الحدين السالب بالمعلمتين (r,p) وبافتراض أن x, y مستقلان فان :

$$p_1 = \frac{\lambda^x e^{-x}}{x} \; ; x = 0,1,2,3.....; \lambda \succ 0$$

وتكون دالة التوزيع الاحتمال المشترك للدالتين معا :

$$p(x, y) = p_1(x) p_2(y)$$

$$p(x,y) = p_1(x) p_2(y) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x} c_{r-1}^{r+y-1} p^r q^y$$

وبفرض أن

$u=x \Rightarrow x=u$

$z=x+y \Rightarrow y=z-u$

وبذلك يكون حدود المتغيرين z,u كما يلي :

$$0 \le u \le z \prec \infty$$

حيث أن u,z أرقام صحيحة موجبة .

ولتحويل دالة كثافة الاحتمال المشترك للمتغيرين x,y إلي دالة كثافة الاحتمال المشترك المتغيرين u,z كما يلي:

$$p(u,z)=\frac{\lambda^u e^{-\lambda}}{u} c_{r-1}^{r+z-u-1} p^r q^{z-u}$$

ونوجد التوزيع الاحتمالي الهامشي(الحدي)Marginal probability distribution للمتغير z حيث يتم التجميع على حدود المتغير u كالتالي:

$$p_3(z)=\sum_{u=0}^{z} p(u,z)$$

$$p_3=\sum_{u=0}^{z} \frac{\lambda^u e^{-\lambda}}{u} c_{r-1}^{r+z+u-1} p^r q^{z-u}$$

$$p_3(z)=e^{-\lambda} p^r q^z \sum_{u=0}^{z} c_{r-1}^{r+z-u-1} \frac{\lambda^u q^{-u}}{u}$$

$$p_3(z)=e^{-\lambda} p^r q^z \sum_{u=0}^{z} c_{r-1}^{r+z-u-1} \frac{(\lambda/q)^u}{u}$$

بوضع $\frac{\lambda}{q}=w_1$ في المعادلة السابقة

نحصل علي المعادلة التالية :

$$p_3(z)=e^{-\lambda} p^r q^z \sum_{u}^{z} c_{r-1}^{r+z-u-1} \frac{(w_1)^u}{u}$$

والشكل الناتج من المعادلة السابقة هو دالة الاحتمال الهامشي للمتغير z هو عبارة عن دمج توزيعي بواسون وذي الحدين السالب .

ثانيا : التوزيعات الحدية للمتغيرات المستمرة :

تم اختبار جودة المطابقة للبيانات الفعلية باستخدام برنامج statgraphics وتبين ان بيانات حجم الخسائر لخطر الحريق يتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي وأن بيانات حجم الخسائر لخطر السيارات يتبع توزيع جاما ولكي يتم استنتاج التوزيع الحدي الثنائي للتوزيعات المتصلة سوف يتم استخدام اسلوب التحويلات حيث يتم تكامل دالة كثافة الاحتمال المشترك للمتغيرين وكذلك يمكن ايجاد دالة كثافة الاحتمال الهامشي (الحدي) للمتغيرين كما يلي :

بفرض أن x متغير عشوائي متصل يتبع توزيع اللوغاريتمي الطبيعي ، وأن y متغير عشوائي متصل يتبع توزيع جاما

دالة كثافة التوزيع اللوغاريتمي هي :-

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(Inx-u)^2} \; ; x \succ 0$$

دالة كثافة المتغير الثاني وهي دالة جاما :

$$f_2(y) = \frac{\theta}{\Gamma(n)} y^{n-1} e^{-\theta y} ; y \succ 0$$

وبالتالي فإن دالة كثافة الاحتمال المشتركة للمتغيرين: Joint probability density function

$$f\ (x\ ,y\ ) = f_1(x\ ).f_2(y\ )$$

$$f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma x}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(Inx-u)^2} \frac{\theta^n}{\Gamma(n)} y^{n-1} e^{-\theta y}$$

وبفرض أن:

$$x\ = u \qquad \rightarrow x\ = u$$

$$z\ = x + y \quad \rightarrow \quad y\ = z\ - u$$

$$0 \prec u \prec z\ \prec \infty$$

وبإجراء تحويلة خطية باستخدام التفاضلات الجزئية

(امير هرمز ،مرجع سبق ذكره) نجد أن z,u بالنسبة للمتغيرين x,y للمتغيرين

$$f\ (u\ ,z\ ) = f\ (x\ ,y\ )\left|J\right|$$

$$\left|J\right| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial z} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

ثم بإجراء التعويض في المعادلة السابقة بقيم x,y تنتج المعادلة الآتية:

$$f(u,z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma u}}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(Inu-\mu)^2}\ \frac{\theta^n}{\Gamma(n)}(z-u)^{n-1}e^{-\theta(z-u)|j|}$$

ويتم إيجاد التوزيع الهامشي للمتغير z ونكامل علي حدود المتغير u كالتالي:

$$g(z)=\int_0^z f\ (u,z\ )du$$

$$g(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\frac{\theta^n}{\Gamma(n)}e^{-\theta z}\int_0^z\frac{1}{u}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(Inu-\mu)^2}\ (z-u)^{n-1}e^{\theta u}du$$

وبإجراء بعض الاختصارات علي المعادلة السابقة ينتج أن:

$$g(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\frac{\theta^n}{\Gamma(n)}e^{-\theta z}\int_0^z\frac{z-u^{n-1}}{u}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(Inu-\mu)^2+\theta u}du$$

وبالتعويض في المعادلة السابقة ينتج ان: $A_1=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\frac{\theta^n}{\Gamma(n)}$

$$g(z)=A_1e^{-\theta z}\int_0^z\frac{(z-u)^{n-1}}{u}e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(Inu-\mu)^2+\theta u}du$$

وهذه المعادلة الاخيرة هي دالة كثافة الاحتمال للمتغير الجديد z ، وهى تمثل التوزيع الثنائي الحدي الناتج من دمج توزيع جاما مع توزيع اللوغاريتمي الطبيعي .

المبحث الثاني

النموذج الكمي المقترح لتسعير اخطار الوثيقة المركبة

تم فى المبحث السابق اختبار جودة المطابقة لعدد وحجم الخسارة لخطري الحريق والسيارات حيث اتضح أن البيانات الفعلية لخطر الحريق تتبع توزيع بواسون والتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي ، أما بيانات خطر السيارات فتتبع توزيع ذى الحين السالب وتوزيع جاما وبناء على تحديد التوزيعات الاحتمالية المشتركة والعزوم المركزية سوف نحدد العزوم الاحتمالية المركبة الثنائية لاستخدامها فى عملية التسعير كما يلي :

العزوم الاحتمالية المركبة الثنائية:

لتقدير العزوم الاحتمالية المركبة يتم اولا تقدير العزوم المركزية بناء على اختبارات جودة المطابقة وسوف يتم تقدير العزوم المركزية حول الوسط الحسابي للمتغيرات المتقطعة والمستمرة والتي تم سابقا اختبار جودة مطابقتها لعدد الحوادث وحجم الخسائر للخطرين وتنقسم العزوم المركزية الي ما يلي :

اولا : العزوم المركزية الاربعة للمتغيرات المتقطعة :

يتم دمج توزيع بواسون مع توزيع ذي الحدين السالب حيث ان معلمة توزيع بواسون = ٢٧.٧ ، ومعلمتا توزيع ذي الحدين السالب p,r حيث ان p=٠.٠٣٦٩٠٠٤ & r=١

ولتقدير العزوم المركزية الاربعة لتوزيع بواسون مع توزيع ذي الحدين السالب تم استخدام الحزمة الاحصائية Mathcad وكانت النتائج كما يلي:

العزم المركزي الاول =53.8

العزم المركزي الثاني =735009

العزم المركزي الثالث = $3.766*10^4$

العزم المركزي الرابع = $4.623*10^6$

ثانيا : العزوم المركزية الاربعة لحجم الخسارة لخطري الحريق والسيارات :

بناء على اختبار جودة المطابقة لخطر الحريق اتضح أن البيانات الفعلية لحجم الخسارة تتبع التوزيع اللوغاريتمي وان متوسط البيانات الفعلية هو ٤٦٢٥٨٥ والانحراف المعياري ١٤٠٨١٧

وباختبار جودة المطابقة لخطر السيارات تبين ان حجم الخسارة يتبع توزيع جاما وان متوسط البيانات الفعلية هو ٤٦.٧٣٣ =shape ، وان ٠.٠٠٠١٤٢٢٨٢=scale

حيث انهما معالم توزيع جاما ويكون متوسط توزيع جاما = $3.285*10^5$

ولتقدير العزوم المركزية الاربعة لتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي مع توزيع جاما باستخدام الحزمة الاحصائية Mathcad كانت النتائج كما يلي:

العزم المركزي الاول = $6.935*10^5$

العزم المركزي الثاني = $1.583*10^{10}$

العزم المركزي الثالث = $2.646*10^{15}$

العزم المركزي الرابع = $6.951*10^{20}$

يتم تقدير معالم التوزيعات المركبة من خلال العزوم المركزية الاربعة لعدد وحجم الخسارة والتي تم اختبار جودة مطابقتها ويمكن ايجاد العزوم المركبة من خلال دمج العزوم المركزية الاربعة للمتغيرات المتقطعة مع العزوم المركزية الاربعة للمتغيرات المتصلة كما يلي :

العزم المركب الاول : $3.731*10^7$

العزم المركب الثاني : $3.544*10^{14}$

العزم المركب الثالث : $2.437*10^{19}$

العزم المركب الرابع : $1.073*10^{30}$

كما يمكن ايجاد معاملي الالتواء والتفرطح والتعويض في المعادلة التفاضلية لكارل بيرسون ، حيث اعد كارل بيرسون منحنيات اطلق عليها منحنيات بيرسون وهي تعتمد على معاملي

الالتواء والتفرطح ويمكن عن طريقها ايجاد التوزيع المركب المناسب (Honshiang Lau1986)

وبناء على العزوم المركبة الناتجة من دمج بواسون مع ذى الحدين السالب

وكذلك العزوم المركبة الناتجة من دمج التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي مع جاما فان :

معامل الالتواء $B_1 = \frac{M3}{M2^{1.5}} = 3.653*10^{-3}$

معامل التفرطح $B_2 = \frac{M4}{M2^2} = 8.545$

ويمكن ايجاد قيمة k بدلالة معاملي الالتواء و التفرطح حيث أن

$$k = \frac{B_1(B_2+3)^2}{4(2B_2-3B_1-6)(4B_2-3B_1} = 0.0003216$$

وحيث أن قيمة k تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح فان التوزيع المركب الناتج عبارة عن توزيع جاما

<u>تطبيق النموذج المقترح في تسعير اخطار الوثيقة المركبة:</u>

تتميز الوثيقة المركبة بعدة مميزات تجعل المستأمن يقبل عليها ومنها أن هذه الوثائق توفر جزء مهم من تكلفة التغطية التأمينية حيث تنخفض المصروفات العمومية والإدارية ، كما تتميز هذه الوثائق بجاذبيتها التسويقية لأصحاب الاخطار كما انها تخفف العبء الاداري علي شركات التامين مقارنة بالوثائق الفردية وسوف يؤثر هذا بالطبع علي الارباح التي تحققها شركات التأمين وبما يؤدى الي تحقيق معدل ربح اعلي وفى نفس الوقت تقلل من التكلفة التي يدفعها المستأمن ، ونظرا لأهمية هذه الوثائق سواء بالنسبة للشركة او المؤمن له فان استخدام الاساليب الرياضية والإحصائية لتسعير مثل هذه الوثائق سوف يحقق العدالة بين طرفي التعاقد ويؤدى الي انخفاض التكلفة وزيادة انتشار مثل هذه الوثائق في السوق المحلي .
وبناء علي النموذج المقترح فى المبحث السابق يمكن تسعير الاخطار كما يلي:-

أولاً : تسعير كل خطر على حدة :

لكي يتم تسعير الوثيقة المركبة يجب تحديد القسط الصافي الذي يدفع لتغطية التكلفة المتوقعة للخطر فقط ويحدد هذا القسط عن طريق تقدير معدل تكرار المطالبة ومتوسط حجم المطالبة حيث ان قسط الخطر هو عبارة عن حاصل ضربهما بافتراض ان عدد وحجم الخسارة مستقلان.

(أ) خطر الحريق :

تبين من اختبار جودة المطابقة للبيانات الفعلية أن عدد حوادث الحريق تتبع توزيع بواسون بمتوسط قدره ٢٧.٧ ،أما حجم الخسارة اتضح أنه يتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي ، حيث بلغ متوسط حجم الخسائر لخطر الحريق ٤٦٢٥٨٥ جنيه ، ومن ثم فإن القسط الصافي لخطر الحريق يتم حسابه بمقتضي المعادلة الآتية (Hossack , op.cit) :

$$p = E(N).E(S)$$

حيث إن :

P القسط الصافي

E(N) القيمة المتوقعة لعدد الحوادث

E(S) القيمة المتوقعة لحجم الخسائر

$$p = 27.7 * 462585 = 12813604.5$$

ويمكن الوصول إلى القسط التجاري من خلال إضافة التحميلات وهامش الربح

حيث(Georgee.Rejda, , op.cit):

$$GP = \frac{P}{1-(a+b)}$$

حيث

GP = القسط التجاري

a =معدل عبء القسط (معدل المصروفات والعمولات وتكاليف الإنتاج)

b = هامش الربح

والجدول التالي يوضح معدل المصروفات العمومية والإدارية والعمولات وتكاليف الإنتاج بشركة الدلتا للتامين . (جدول رقم ٥)

معدل العمولات والمصروفات الإدارية والعمومية فرع الحريق بشركة الدلتا للتامين (٢٠٠٠-٢٠١٧)

البيان	فرع الحريق		فرع السيارات		الإجمالي%
	معدل المصروفات العمومية%	العمولات وتكاليف الإنتاج%	معدل المصروفات العمومية%	العمولات وتكاليف الإنتاج%	
٢٠٠٨	٥.٤	٣٥.٢	٨	٢٥.٢	٧٣.٨
٢٠٠٩	٨.٤	٣٢.١	١٠.٥	٢٥	٧٦
٢٠١٠	٩.٨	٣٦.٣	١١.٦	٢٥.٣	٨٣
٢٠١١	٨.٨	٢١.٥	١٠.٨	٢٤.٢	٦٥.٣
٢٠١٢	١٢.٧	٣٨.٤	١٢.٣	٢٤.٢	٨٧.٦
٢٠١٣	١٦.٥	٣٢.٨	١٥.٤	٢٤.١	٨٨.٨
٢٠١٤	١٧.٥	٢٩.٤	١٧	٢٤.٨	٨٨.٧
٢٠١٥	١٧.٩	٣١.٦	١٥.٢	٢٣.٦	٨٨.٣
٢٠١٦	١٥.١	٢٨.٤	١٤.٣	٢٣.١	٨٠.٩
٢٠١٧	١٢	٣١.٥	١٥.١	٢٣.٧	٨٢.٣
الاجمالي	-	-	-	-	٨١٦

المصدر : الكتاب الإحصائي عن نشاط سوق التامين في مصر –هيئة الرقابة المالية –أعداد مختلفة

ومن الجدول السابق يتضح أن الوسط الحسابي العام لمعدل المصروفات لشركة الدلتا للتأمين يعادل ٢٠.٤% وبالتالي يمكن حساب القسط التجاري بافتراض هامش ربح ٥%ومن هنا فان عبء القسط يعادل ٢٥.٤%من القسط التجاري وبالتالي فان القسط التجاري يساوى :

$$GP = \frac{P}{1-(a+b)}$$

$$= \frac{12813604.5}{1-0.254} = \quad 17176413 \text{ جنيه}$$

أما السعر التجاري لفرع الحريق فانه يعادل القسط التجاري مقسوما على إجمالي مبالغ التامين خلال فترة الدراسة (حيث إن r هي السعر التجاري):

$$r = \frac{17176413}{16076806754} = 0.001 \text{ (السعر التجاري)}$$

(ب) خطر السيارات

من خلال اختبار جودة المطابقة للبيانات الفعلية لخطر السيارات اتضح أن عدد الحوادث يخضع لتوزيع ذي الحدين السالب بمتوسط قدره 26.1، أما حجم الخسائر لنفس الخطر كان يخضع لتوزيع جاما ، حيث بلغ المتوسط ٣٢٨٤٥٣.٤ جنيه ، ومن ثم فإن القسط الصافي لخطر السيارات يبلغ .

$$\mathbf{p} = 26.1 * 328453.4 = 8572626.3$$

أما القسط التجاري لذات الخطر فتقدر قيمته بـ :

Gp=

$$\frac{8572626.3}{1-0.254} = 11491456$$

وبالتالي فإن سعر التأمين التجاري لخطر السيارات.

$$r = \frac{11491456}{5193475231} = 0.002$$

ويمكن تلخيص أسعار التأمين التجاري لخطرى الحريق والسيارات كل علي حده من خلال الجدول التالي (جدول رقم ٦)

البيان / نوع الخطر	القسط الصافي	القسط التجاري	مبالغ التأمين	سعر التأمين التجاري
الحريق	١٢٨١٣٦٠٤.٥	١٧١٧٦٤١٣	١٦٠٧٦٨٠٦٧٥٤	٠.٠٠١
السيارات	٨٥٧٢٦٢٦.٣	١١٤٩١٤٥٦	٥١٩٣٤٧٥٢٣١	٠.٠٠٢

ثانيا: تسعير الخطرين معاً

تم حساب القسط الصافي والتجاري لكل خطر على حدة ، ومن ثم يمكن حساب القسط الصافي والتجاري لخطري الحريق والسيارات معاً ، حيث أن القسط الصافي للخطرين معاً يكون أقل من مجموع القسطين (القسط الصافي الأصغر+ القسط الصافي الأكبر) ، وأكبر من القسط الصافي الأكبر (باعتبار شراء كل خطر علي حدة) .

القسط الصافي في حالة شراء كل خطر علي حده يساوي مجموع القسطين

القسط الصافي الأقل للسيارات = 8574000 جنيه

القسط الصافي الأكبر للحريق =12810000 جنيه

مجموع القسطين (21390000جنيه) باعتبار شراء كل خطر علي حدة

القسط الصافي للخطرين معاً والمطلوب تقديره* p والذي ينحصر بين أكبر قسط (12810000 جنيه) ، ومجموع القسطين (21390000جنيه) لكل خطر علي حدة.

وقد تم التوصل للتوزيع الاحتمالي المركب ، والناتج من دمج خطري الحريق مع السيارات واتضح أن قيمة المعادلة التفاضلية لبيرسون $k = 0.0003216$ ، وحيث أن قيمة k تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح فان التوزيع المركب الناتج عبارة عن توزيع جاما ودالة كثافة الاحتمال له :

$$f(z) = \frac{\theta^n}{\Gamma(n)} z^{n-1} e^{-\theta z}$$

فضلاً عن ذلك فقد تم حساب العزمين الأول والثاني ($M1, M2$) وهما:

$$M1 = 3.731*10^7$$

$$M2 = 3.544*10^{14}$$

$$\theta = \frac{M1}{M2} = \frac{3.731*10^7}{3.544*10^{14}} = 1.052765237*10^{-7}$$

وحيث إن :

$$M1 = \frac{n}{\theta}$$
$$n = M1 * \theta$$

لذا

فإن $n = 3.9278$

حيث أن معالم توزيع جاما هي θ, n وتستخدم الدالة الاحتمالية لجاما في عملية التسعير للوثيقة المركبة حيث يمكن تقدير القسط الصافي عند شراء وثيقة تغطي الخطرين معاً من خلال البرنامج الإحصائي MathCAD كما يلي :

$$p^* = 188.232 * 10^5 = 18823200$$

وهذا المقدار هو القسط الصافي عند شراء الخطرين معاً

أما القسط التجاري للخطرين معا يحسب كما يلي :

$$GP = \frac{P}{1-(a+b)}$$

$$GP = \frac{18823200}{1-254} = 25232171$$

كذلك سعر التأمين التجاري يتم حسابه عن طريق قسمة القسط التجاري علي مبلغي التأمين لخطري الحريق والسيارات

$$r = \frac{25232171}{21270281980} = 0.0012$$

ويمكن تلخيص أسعار التأمين التجاري لخطرى الحريق والسيارات معا من خلال الجدول التالي

(جدول رقم ٧)

البيان / نوع الخطر	القسط الصافي	القسط التجاري	مبالغ التأمين	سعر التأمين التجاري
الحريق مع السيارات	18823200	٢٥٢٣٢١٧١	٢١٢٧٠٢٨١٩٨٠	٠.٠٠١٢

وللباحث بعض الملاحظات يجملها فيما يلي :

١- أن متوسط معدل الخسارة لخطري الحريق والسيارات كان ٢٨.٧%،٦٣.٢٨% على التوالي وان ارتفاع معدل الخسارة لخطر السيارات ساهم في ارتفاع سعر التامين التجاري لنفس الخطر (٢ فى الالف) كما يلاحظ انخفاض سعر التامين التجارى لخطر الحريق لانخفاض معدل الخسارة (واحد في الالف)

٢- سعر التامين التجاري للخطرين معا (٠.٠٠١٢) اقل من مجموع سعرى التامين التجارى لكل خطر على حده

٣- ان القسط التجاري للخطرين معا ٢٥٢٣٢١٧١جنيه اقل من القسط التجاري في حالة شراء كل خطر على حده حيث يبلغ القسط التجارى للحريق ١٧١٧٦٤١٣ وقسط السيارات ١١٤٩١٤٥٦

٤- هناك خصومات تستفيد منها الشركة المؤمنة نتيجة شراء الخطرين معا، ويمكن حساب نسبة الخصم التي يحصل عليها المستأمن بشراء وثيقة تغطي الخطرين معاً من خلال المعادلة التالية :

$$\text{نسبة الخصم} = 1 - \frac{\text{القسط الصافي للخطرين معاً}}{\text{مجموع القسطين باعتبار شراء كل خطر علي حدة}}$$

$$d = 1 - \frac{18823200}{21390000} = 0.22$$

ويتضح مما تقدم أن شراء وثيقة مركبة هى الافضل للمستأمن لانخفاض تكلفتها مقارنة بالوثائق الفردية ،كما أن انتشار هذه الوثائق يعود بالفائدة على المؤمن لانخفاض المصروفات الادارية وبما يؤدى الى زيادة الطلب عليها ورواج سوق التأمين .

المبحث الثالث : النتائج والتوصيات

اولا النتائج :

١- أن متوسط معدلات الخسائر لخطرى الحريق والسيارات بلغ ٢٨.٢٧، ٦٣.٢٨% على التوالي كما يلاحظ ان معدلات الخسائر فى تذبذب مستمر مما يتطلب استخدام الاساليب الرياضية فى التسعير .

٢- إن بيانات حجم الخسارة لخطر الحريق يتبع التوزيع اللوغاريتمى الطبيعي بينما عدد الخسائر يتبع توزيع بواسون وكانت بيانات حجم الخسارة لخطر السيارات يتبع توزيع جاما وعدد الخسائر يتبع توزيع ذى الحدين السالب وكانت معالم التوزيعين كما هي موضحة بالجدول التالي:

البيان	نوع التوزيع الخاص بحجم الخسارة	معالم التوزيع	p.value	نوع التوزيع الخاص بعدد الحوادث	معالم التوزيع	P .value
خطر الحريق	اللوغاريتمى الطبيعي	٤٦٢٥٨٥	P-value = ٠.٢٦١	توزيع بواسون	٢٧.٧	P-value = 0.824
خطر السيارات	جاما	$3.285*10^5$	٠.٦٢	توزيع ثنائي الحدين السالب	r= 1 p=0.36900 4	0.488

٣- ان استخدام أسلوب التحويلات فى استنتاج التوزيعات الهامشية للمتغيرات المتقطعة والمستمرة يفيد كثيرا فى تسعير الوثيقة المركبة .

٤- أمكن باستخدام برنامج statgraphic and MathCAD تحديد العزوم المركزية الاربعة حول المتوسط وكذلك العزوم المركبة والناتجة من دمج المتغيرات المتقطعة مع المتغيرات المستمرة .

٥- إن قيمة k والتي تعتمد على معاملي الالتواء والتفرطح تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح وبالتالي فان التوزيع المركب الناتج يتبع توزيع جاما وتكون على الصورة التالية :

$$k = \frac{B_1(B_2+3)^2}{4(2B_2-3B_1-6)(4B_2-3B_1} = 0.0003216$$

٦- ان دالة كثافة الاحتمال لتوزيع جاما والمستخدمة فى تسعير الوثيقة المركبة كانت كما يلي :

$$f(z) = \frac{\theta^n}{\Gamma(n)} z^{n-1} e^{-\theta z}$$

٧- أن أسعار التأمين التجاري لخطرى الحريق والسيارات كل علي حده كانت كما يلي :

البيان / نوع الخطر	القسط الصافي	القسط التجاري	مبالغ التأمين	سعر التأمين التجاري
الحريق	١٢٨١٣٦٠٤.٥	١٧١٧٦٤١٣	١٦٠٧٦٨٠٦٧٥٤	٠.٠٠١
السيارات	٨٥٧٢٦٢٦.٣	١١٤٩١٤٥٦	٥١٩٣٤٧٥٢٣١	٠.٠٠٢

٨- أن أسعار التأمين التجاري لخطرى الحريق والسيارات معا كان كما يلي :

البيان / نوع الخطر	القسط الصافي	القسط التجاري	مبالغ التأمين	سعر التأمين التجاري
الحريق مع السيارات	18823200	٢٥٢٣٢١٧١	٢١٢٧٠٢٨١٩٨٠	٠.٠٠١٢

٩- سعر التامين التجاري للخطرين معا (٠.٠٠١٢) اقل من مجموع سعرى التامين التجارى لكل خطر على حده

ان نسبة الخصم التى يحققها المستأمن عند شراء الوثيقة المركبة كان كما يلي :

$$d = 1 - \frac{18823200}{21390000} = 0.22$$

ثانيا: التوصيات

١- استخدام النماذج الكمية في تحديد اسعر اخطار الوثائق المركبة يؤدى الي الوصل الي السعر العادل والكافى بدلا من الاعتماد علي التقديرات الشخصية للمكتتب

٢- التوسع في اصدار الوثائق المركبة في السوق المصري نظرا لفائدتها لكل من طرفي التعاقد حيث انها تؤدى الي انخفاض السعر كنتيجة لانخفاض المصروفات العمومية والإدارية وتكاليف الانتاج .

٣- يجب علي شركات التأمين الاسترشاد بنتائج النماذج الكمية في عملية التسعير وذلك لتجنب المنافسة الضارة فيما بينها وللوصول الي اسعار عادلة لكل من طرفي التعاقد

المراجع

١- محمود سيد أحمد سالم ، "المفاهيم العلمية لاتخاذ القرار في إدارة الأخطار مع التطبيق على قطاع الغزل والنسيج في ج.م.ع" ، رسالة دكتوراه ، *كلية التجارة – جامعة أسيوط* ، ١٩٨٤.
٢- جلال مصطفي الصياد ، "الاستدلال الإحصائي"، *جامعة الملك عبد العزيز* ، السعودية ،١٩٩٣ .
٣- أمير حنا هرمز ،" الإحصاء الرياضي" ، *جامعة الموصل – العراق* ، ١٩٩٠
٤- أحمد عودة ، "مقدمة في النظرية الإحصائية" ، *كلية العلوم الإدارية – جامعة الملك سعود* ، ٢٠٠١.

٥- عفاف علي حسن الدش ، " الاستدلال الإحصائي " ، كلية التجارة –جامعة حلوان ، ٢٠٠٦، ص.٤١٣
٦- ممدوح حمزة أحمد ، "استخدام التوزيعات الاحتمالية فى تسعير التأمين مع التطبيق على تأمين السطو / محلات تجارية" ، رسالة دكتوراه ، *كلية التجارة – جامعة القاهرة ، ١٩٩٠* .

.

1- George E. Rejda, **"Principles of risk management and insurance", Seventh Edition, *Addison. Wesley, London*, 2000.**

2- Hon-Shiang Lau, **"An Effective Approach For Estimating The Aggregate Loss Of An Insurance Portfolio." *Journal of Risk and Insurance,* vol. 3. 1986.**

3- Hossack, I. B. **"Introductory statistics with applications in general insurance", *Cambridge university press*, 1999.**

4- Merran Evans, and Nicholas Hastings, **"Statistical Distributions", *New York*, 2000.**
Norman L. Johnson, Samuel Kotz, "Continuous univariate distributions", A Wiley Interscience publication, John Wiley & Sons, New York, 1970

1- Tomas A. Aluppa, **"Evaluation of Person Curves As an Approximation of** the Maximum probable annual Aggregate Loss." *Journal of Risk and Insurance*, **Vol 3, 1988.**

Hossack,I.B, "Introductory statistics with applications in general insurance", Cambridge university press, 1999, P101

2- Hilory L.seal "mixed Poisson processes and risk theory" U.S.A, 1980,

5- Dionne, Goorge. And vanasse, C. **"A Generalization of Automobile insurance Rating Models: The Negative Binomial Distribution." with Regression Component, *Astin Bulletin,* Vol lg, N – 2 (November 1989).**

6- Cummins, D. **"Asset pricing Models and Insurance Ratemaking" *Astin Bulletin*. Vol 90, N. 2, 1990.**

الملاحق

..

$p := 0.036900 4$

$q := 1 - p$

$q := 1 - p$ $r := 1$

$$mNB := \frac{r \cdot q}{p}$$

$\lambda := 27.7000$

$$w := \frac{\lambda}{q}$$

$mNB = 26.1$

$mpo := \lambda$

$p(z) := e^{-\lambda} \cdot p \cdot q^{z} \cdot e^{w} \cdot ppois(z, w)$

$$\sum_{z=0}^{1000} p(z) = 1$$

$$mn1 := \sum_{z=0}^{1000} z \cdot p(z)$$

$mn1 = 53.8$

$mn1 = 53.8$

$$mn2 := \sum_{z=0}^{1000} (z - mn1)^2 \cdot p(z)$$

$mn2 = 735.009$

$$mn3 := \sum_{z=0}^{1000} (z - mn1)^3 \cdot p(z)$$

$$mn3 = 3.766 \times 10^4$$

$$mn4 := \sum_{z=0}^{1000} (z - mn1)^4 \cdot p(z)$$

$$mn4 = 4.623 \times 10^6$$

LOG NORMAL

$$mean := 462585$$

$$sd := 140817$$

$$A := 462585$$

$$B := 140817$$

$$M3N := \frac{r \cdot q \cdot (1 + q)}{p^3} *$$

$$\sigma := \left(\ln\left(A^2 + B^2\right) - 2 \cdot \ln(A)\right)^{\frac{1}{2}} *$$

$$\sigma = 0.298$$

$$\mu := 2 \cdot \ln(A) - 0.5 \ln\left(A^2 + B^2\right) *$$

$$\mu = 13$$

GAMMA

$shape := 46.733$

$scale := 0.000142282$

$n := 46.733$

$\theta := 0.000142282$

$meangamma := \frac{n}{\theta}$ *

$meangamma = 3.285 \times 10^{5}$

$A1 := \frac{1 \cdot \theta^{n}}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \Gamma(n)}$

$$g(z) := A1 \cdot e^{-\theta \cdot z} \cdot \int_{0}^{z} \frac{1 (z-u)^{n-1} \cdot \left[e^{\frac{-1}{2 \cdot \sigma^{2}} (\ln(u)-\mu)^{2} + \theta \cdot u} \right]^{1}}{u} du$$

$$ms1 := \int_{0}^{1000000} z \cdot g(z)\, dz$$

$ms1 = 6.935 \times 10^{5}$

$$ms2 := \int_{0}^{1000000} (z - ms1)^{2} \cdot g(z)\, dz$$

$ms2 = 1.583 \times 10^{10}$

$$ms3 := \int_{0}^{1000000} (z - ms1)^{3} \cdot g(z)\, dz$$

$$ms3 = 2.646 \times 10^{15}$$

$$ms4 := \int_{0}^{1000000} (z - ms1)^4 \cdot g(z)\, dz$$

$$ms4 = 6.951 \times 10^{20}$$

compund moments

$$M1 := mn1 \cdot ms1$$

$$M1 = 3.731 \times 10^{7}$$

$$M2 := ms1^2 \cdot mn2 + mn1 \cdot ms2$$

$$M2 = 3.544 \times 10^{14}$$

$$M3 := ms1^2 \cdot mn3 + mn1 \cdot ms3 + 3ms1 \cdot ms2 \cdot mn2$$

$$M3 = 2.437 \times 10^{19}$$

$$M4 := ms1^4 \cdot mn4 + mn1 \cdot ms4 + 4 \cdot ms1 \cdot ms3 \cdot mn2 + 6ms1^2 \cdot ms2 \cdot (mn1 \cdot mn2 + mn3) + 3\left[ms2^2 \cdot \left(mn1^2 - mn1 + mn2\right)\right]$$

$$M4 = 1.073 \times 10^{30}$$

$$\beta 1 := \frac{M3}{M2^{1.5}}$$

$$\beta 1 = 3.653 \times 10^{-3}$$

$$\beta 2 := \frac{M4}{M2^2}$$

$$\beta 1 := \frac{M3}{M2^{1.5}}$$

$$\beta 1 = 3.653 \times 10^{-3}$$

$$\beta 2 := \frac{M4}{M2^{2}}$$

$$\beta 2 = 8.545$$

$$k := \frac{\beta 1 \cdot (\beta 2 + 3)^2}{4[(2 \cdot \beta 2 - 3 \cdot \beta 1 - 6) \cdot (4 \cdot \beta 2 - 3 \cdot \beta 1)]}$$

$$k = 3.216 \times 10^{-4}$$

gamma

$$\theta = 1.423 \times 10^{-4}$$

$$n = 46.733$$

$$n = 46.733$$

$$mean = 4.626 \times 10^{5}$$

$$var := \frac{n}{\theta}$$

$$var = 3.285 \times 10^{5}$$

$$EX := \lambda \cdot A$$

$$EX = 1.281 \times 10^{7}$$

$$EY := mNBmeangamma$$

$$EY = 8.573 \times 10^{6}$$

.1

gamma Test

$$ASD := \frac{M1}{M2}$$

$$ASD = 1.053 \times 10^{-7}$$

$$n1 := M1 \cdot ASD$$

$$n1 = 3.928$$

$$MEAN := \frac{n1}{ASD}$$

$$MEAN = 3.731 \times 10^{7}$$

$$VAR := \frac{n1}{ASD^2}$$

$$VAR = 3.544 \times 10^{14}$$

$$EX := 26.1328500$$

$$EX = 8.574 \times 10^{6}$$

$$EY := 27.7462585$$

$$EY = 1.281 \times 10^{7}$$

$$\alpha := 42.6$$

$$H := \int_{EY}^{EX+EY} F(T)\, dT$$

$188.232*10^5$